FORMULATION PHYSIQUE DU FLOT OPTIQUE POUR L'ETUDE DE MOUVEMENTS TURBULENTS

Cyril CASSISA [a,b,*], Serge SIMOENS [a], Véronique PRINET [b], Liang SHAO [a]

[a] LMFA/CNRS, Ecole Centrale de Lyon, Ecully, France

[b] LIAMA, Académie des Sciences de Chine, Institut d'Automatique, Pékin, Chine

* ccassisa@ec-lyon.fr

Résumé

Nous proposons ici une nouvelle approche du flot optique pour la détermination du champ de vitesse à partir d'un champ de concentration transporté par un écoulement turbulent. L'équation de base est définie à partir de l'équation de transport scalaire et utilise une décomposition de nos quantités physiques en deux contributions grande échelle et petite échelle. Un modèle sous maille est introduit pour modéliser l'apport des petites échelles. Les comparaisons sont effectuées avec des méthodes de flot optique plus classiques et de PIV sur des séquences synthétiques et réelles. L'amélioration de l'estimation du champ de déplacement par le modèle proposé est discutée dans le cas de l'étude du mélange turbulent d'un scalaire.

Mots Clés : Flot Optique, Turbulence, Décomposition Grandes Echelles, Modèle Sous-Maille

1. Introduction

L'estimation du déplacement à partir d'images de particules est calculée à l'aide de la PIV (Raffel et al. [2001]). Cette approche est très efficace pour des acquisitions satisfaisant des critères liés au nombre de particules et à la vitesse de l'écoulement étudié. L'information obtenue est liée à la taille d'une maille au sein de l'image.

Les techniques de Flot Optique (OF) permettent quant à elles d'extraire une information plus dense (résolution spatiale jusqu'à un pixel). Ces méthodes sont moins répandues en mécanique des fluides car elles nécessitent la présence de gradients locaux d'un champ scalaire ou son équivalent. Elles consistent à définir une équation, représentant le transport de ce scalaire ou de son équivalent dans l'image. Pour satisfaire l'unicité de la solution, il est souvent rajouté un second terme de régularisation contraignant le champ spatialement ou temporellement. Originalement, l'équation de transport utilisée en OF a été proposée par Horn et Schunck [1981]. Elle est obtenue par le développement limité de Taylor d'ordre 1 de l'hypothèse de conservation d'illumination des éléments de l'image. L'OF a été utilisée en mécanique des fluides par Su et al [1996]. Récemment, de nombreuses autres formulations, à partir du même fondement physique, ont été proposées comme l'équation de conservation du volume (Bereziat et al. [1999]), de continuité (Corpetti et al. [2005]). D'autres travaux ont porté sur la formulation du terme de régularisation respectant une évolution spatiale de divergence et de vorticité (Corpetti et al. [2005]) ou utilisant l'équation de Navier Stokes (Ruhnau et Schnörr [2007]).

Dans ce travail nous proposons une nouvelle méthode OF basée sur une définition de l'équation de mouvement à partir de l'équation de transport de concentration en liant celle-ci à l'intensité observée dans l'image. Le problème de la turbulence n'étant généralement pas pris en compte par les méthodes existantes pour la définition de l'équation de l'OF, nous proposons ici une décomposition de type LES (Large Eddy Simulation) (Sagaut [2006]) de notre équation où l'influence des petites échelles est modélisée dans un nouveau terme de sous maille sous forme de viscosité turbulente. Nous comparons et validons notre approche par rapport à la PIV à l'aide du logiciel de Lavision [2005], DaVis, et par rapport à

Copyright © 2009 FLUVISU

l'algorithme OF de Corpetti et al. [2005] sur une séquence synthétique générée par calcul DNS résolvant l'équation de transport de vorticité (Carlier et Heitz [2005]). Cette comparaison est aussi réalisée à l'aide de résultats expérimentaux (Simoëns et al. [2007,2008]).

2. Méthodologie

2.1. Formulation du flot à partir de l'équation de transport scalaire (OF)

Nous désirons estimer le champ de vitesse d'un scalaire passif. Ce champ est représenté par l'équation de transport scalaire:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{v}\nabla C - \frac{1}{\mathrm{Re}\,Sc}\Delta C = 0 \tag{1}$$

Où C est le champ scalaire et $\vec{v} = (u, v)$ est la vitesse apparente 2D. Re et Sc sont les nombres de Reynolds et de Schmidt.

Afin de satisfaire le manque d'information 3D contenu dans les séquences d'images, nous nous plaçons dans l'hypothèse grossière d'une turbulence 2D. Pour traiter des images satellites, il faudrait par la suite étudier la projection 2D de l'équation réelle 3D suivant le domaine de l'application considérée (Liu et Shen [2008]). Le fluide étudié est supposé incompressible.

Nous pouvons remarquer que pour une diffusion apparente du scalaire passif ($\mathrm{Re}\,Sc >> 1$), nous retrouvons l'équation différentielle OF proposé par Horn & Schunck [1981].

2.2. Modélisation Grandes Echelles de l'équation du flot (OF-SGS)

Nous retrouvons le champ de vitesse en résolvant l'équation OF (éq.1). Hors, lors de l'acquisition d'images, d'une expérience en laboratoire ou dans le cas d'étude de mouvements atmosphériques par images satellites, nous sommes limités par les performances des appareils de mesure. Nous avons alors un Δt (temps entre 2 acquisitions) et $\delta = (\delta x, \delta y)$ (taille du pixel) imposés qui sont dans la plupart des cas (surtout pour $\mathrm{Re} >> 1$) trop grand par rapport aux échelles caractéristiques de la turbulence.

Ici δ peut être vue comme une maille en LES, soit une valeur filtrant l'information contenue aux échelles inférieures (petites échelles). Pour une turbulence élevée et δ grand par rapport aux échelles caractéristiques de la turbulence, l'effet des petites échelles sur le champ de déplacement n'est plus négligeable. Il nous faut modéliser cet apport des petites échelles dans notre équation de mouvement (Sagaut [2006]).

Notons C^+, la concentration scalaire observée, liée aux grandes échelles :

$$C^+ = \int_\delta C(s-r)G(r)dr \tag{2}$$

$s = (x, y)$ est un pixel, $r = (r_x, r_y)$ est le rayon du filtre, δ la surface d'interrogation. Le filtre physique $G(r)$ vérifie:

$$G(r) = \begin{cases} 1/\delta & \text{si } |s-r| < \delta/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3}$$

La valeur physique $C = C^+ + C^-$, où C^- est liée aux petites échelles. En partant de l'équation de transport de concentration (éq.1), nous avons:

$$\frac{\partial C^+}{\partial t} + \nabla.\left(C\vec{v}\right)^+ - \frac{1}{\mathrm{Re}\,Sc}\Delta C^+ = 0 \tag{4}$$

$$\text{Où } \left(C\vec{v}\right)^+ = C^+\overrightarrow{v^+} + \tau \tag{5}$$

τ est le tenseur de stress résiduel: $\tau = \left(\left(C^+\overrightarrow{v^+}\right)^+ - C^+\overrightarrow{v^+}\right) + \left(\left(C^+\overrightarrow{v^-}\right)^+ + \left(C^-\overrightarrow{v^+}\right)^+\right) + \left(C^-\overrightarrow{v^-}\right)^+$

Afin de modéliser τ, la quasi-totalité des modèles existants font appels au concept de viscosité turbulent D_t.

$$\tau = -D_t \nabla C^+ \tag{6}$$

Nous avons alors comme équation, défini pour l'image observée, une nouvelle formulation de flot optique en utilisant un modèle de sous maille (SGS) de l'équation de transport scalaire:

$$\frac{\partial C^+}{\partial t} + \overrightarrow{v^+}\nabla C^+ - \left(\frac{1}{\mathrm{Re}\,Sc} + D_t\right)\Delta C^+ = 0 \tag{7}$$

Pour cette première étude, nous définissons le coefficient de diffusion turbulente comme une constante statistique sur l'ensemble du domaine spatial.

2.3. Formalisation du problème

La résolution de l'équation de mouvement se fait à l'aide d'une formulation Markovienne du problème définissant une énergie de Gibbs (Li [2001]):

$$E = \sum_{s\in S} V_d\left(\overrightarrow{v^+}(s), C^+(s)\right) + \lambda \sum_{\substack{s,s'\in S \\ s'\in N_s}} V_r\left(\overrightarrow{v^+}(s), \overrightarrow{v^+}(s')\right) \tag{8}$$

s un site (pixel) de l'ensemble du domaine S. s' un voisin de s (N_s son voisinage). V_d est le terme rattaché aux données. Il représente le problème à résoudre, ici l'équation de transport:

$$V_d\left(\overrightarrow{v^+}(s), C^+(s)\right) = \begin{cases} \left(\dfrac{\partial C^+(s)}{\partial t} + \overrightarrow{v^+}(s)\nabla C^+(s) - \left(\dfrac{1}{\mathrm{Re}\,Sc}\right)\Delta C^+(s)\right)^2 & \text{OF} \\ \left(\dfrac{\partial C^+(s)}{\partial t} + \overrightarrow{v^+}(s)\nabla C^+(s) - \left(\dfrac{1}{\mathrm{Re}\,Sc} + D_t\right)\Delta C^+(s)\right)^2 & \text{OF-SGS} \end{cases} \tag{9}$$

Où OF signifie sans modélisation sous-maille ; OF-SGS nouveau modèle avec une modélisation sous-maille. Pour résoudre le problème de non unicité de la solution de V_d (une équation pour deux inconnues), nous définissons un terme de régularisation V_r qui permet de réduire le nombre de configuration possible de $\overrightarrow{v^+}$. Le terme V_r choisi ici, est la fonction de 1er ordre de régularisation de Tikhonov qui lisse spatialement et uniformément le champ estimé:

$$V_r = \left|\nabla u^+(s)\right|^2 + \left|\nabla v^+(s)\right|^2 \tag{10}$$

D'autres fonctions de régularisation plus complexes peuvent être utilisées. Div-Curl Spatial (Corpetti et al. [2005]) ou Navier Stokes Simplifié (Ruhnau et al. [2007]). Dans la séquence, Δt est fixé. Nous utilisons ici, une méthode hybride Multirésolution-Multigrille sans

déformation de l'image (Cassisa et al. [2009]). La solution optimale de notre formalisation de Gibbs est obtenue par le minimum de l'énergie par un algorithme de descente directe d'énergie (Cassisa et al. [2009bis]).

3. Dispositif expérimental

3.1. Simulation Numérique (DNS) d'une propagation scalaire

La séquence scalaire d'image est générée par DNS pour une turbulence 2D d'un fluide incompressible avec $\mathrm{Re} = 3000$ et $Sc = 0.7$ et est fournie par le Cemagref de Rennes dont les détails sont donnés dans Carlier et Heitz [2005]. La PIV ne pouvant s'appliquer, nous comparons nos résultats avec un algorithme OF adapté à l'étude des mouvements fluides proposé par Corpetti et al. [2005].

Paramétrage de nos algorithmes : Les paramètres pour OF et OF-SGS sont identiques pour une meilleure comparaison. Le champ de déplacement maximal entre 2 images est d'environ 3.5 pixels. Nous utilisons une multirésolution de 3 niveaux de pyramide et une taille de grille 2×2 pixels pour le multigrille. Les images sont préalablement filtrées par un filtre gaussien de variance $\sigma = 1$ avant chaque estimation pour chaque niveau de pyramide. Cela permet de diminuer l'influence du bruit. L'application du filtre gaussien filtre les petites échelles des résultats de la DNS. Le coefficient de pondération est $\lambda = 1$. Pour OF-SGS, on prend $D_t \approx 0.25$ (Valeur empirique).

3.2. Expérience en laboratoire

L'expérience a été réalisée au sein du LMFA (Simoëns et al. [2007,2008]) pour étudier la dispersion scalaire passif en présence d'obstacles carrés de taille h^2 au sein d'une couche limite atmosphérique. $\mathrm{Re} \approx 1000$ et $Sc \approx 10^6$. La PIV (Davis) permet d'obtenir de bons résultats pour des mailles de taille 4×4 pixels.

Paramétrage de nos algorithmes : Comme pour la séquence DNS, les paramètres sont les même pour OF et OF-SGS. Le champ de déplacement maximal entre 2 images est d'environ 6 pixels. Nous utilisons une multirésolution de 3 niveaux de pyramide et une taille de 4×4 pixels pour le multigrille. Les images sont filtrées par un filtre gaussien de variance $\sigma = 1$, le coefficient de pondération est $\lambda = 1$ et la diffusion turbulente est $D_t \approx 2$, pour OF-SGS.

4. Résultats et discussions

4.1. Validation du modèle sous-maille sur la DNS

La Fig.1 montre une estimation à $(t = 30)$ du champ instantané obtenu par les méthodes OF de Corpetti et OF-SGS (présentée ici). De gauche à droite sont représentés le champ de concentration scalaire à l'instant $(t = 30)$, le champ de déplacements exact de la DNS (superposés aux cartes de couleur pour les champs de vorticités), les mêmes champs estimés par l'algorithme OF de Corpetti et par notre algorithme OF-SGS. Les estimations OF-SGS se différencient nettement des estimations de OF. OF-SGS retrouve mieux les vortex et se rapprochent plus des champs exacts.

Pour comparer la qualité des résultats, nous calculons les valeurs statistiques d'Erreur Moyenne d'Angle (AAE) et de RMS vitesse $\left|\vec{v_e} - \vec{v_c}\right|$ où $\vec{v_e}$ et $\vec{v_c}$ sont les champs estimés et exacts. Sur la Fig.2 on voit que notre algorithme OF a la même évolution statistique que

Corpetti. L'estimation est cependant légèrement moins précise. Ceci est tout à fait normal, car nous utilisons une fonction de régularisation du 1er ordre avec une minimisation quadratique alors que Corpetti propose une minimisation robuste semi-quadratique avec une fonction de régularisation div-curl plus adaptée. OF-SGS comprenant une modélisation sous maille de notre équation de transport apporte une forte amélioration de l'estimation du champ de vitesse par rapport au modèle OF. Les estimations sont aussi, bien meilleures que celles de Corpetti/OF.

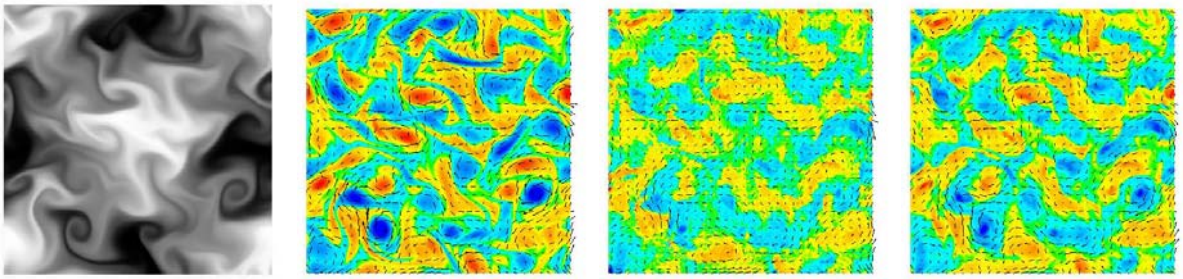

Figure 1 : *Séquence DNS pour t=30 : De gauche à droite : Image du scalaire et champs exacts DNS de vorticité et vecteur vitesse superposé, Carte de vorticité et vecteur vitesse instantané estimés par : Corpetti et OF-SGS*

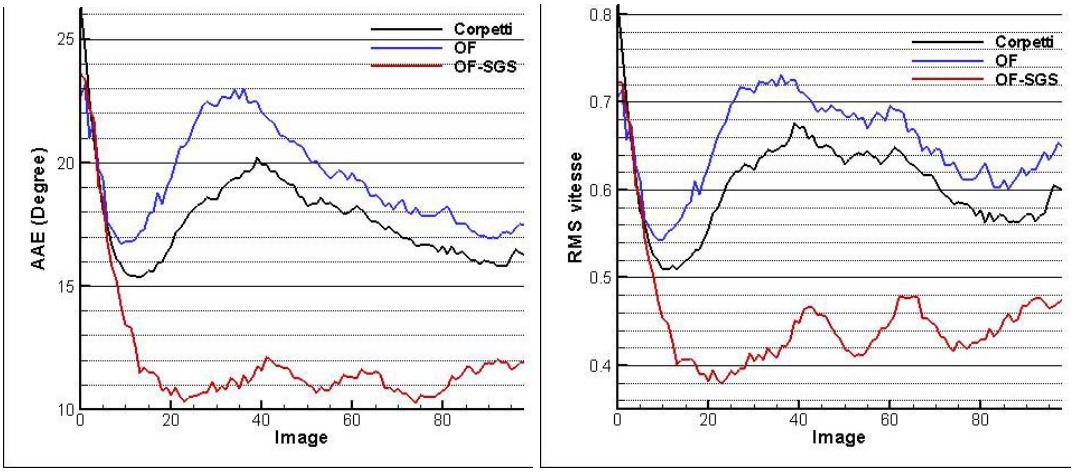

Figure 2 : *AAE et RMS vitesse pour les algorithmes Corpetti, OF et OF-SGS pour la séquence DNS scalaire.*

4.2. Séquence réelle sur une acquisition PIV de laboratoire

Nous avons pour cette séquence 200 paires d'images de particules pour lesquelles nous calculons les champs instantanés et les champs moyens. La Fig.3 montre une image de concentration (gauche) et la carte d'amplitude de vitesse horizontale moyenne et du champ de vecteur vitesse moyen estimé par la méthode PIV (Logiciel DaVis). Les échelles de longueur et de vitesse sont la longueur h et la vitesse $U_e \approx 2,3 m.s^{-1}$ hors couche limite. Elles sont utilisées pour la normalisation.

La méthode est très sensible aux variations locales d'intensité dues non pas aux variations de concentration mais au bruit expérimental. Rappelons ici que la méthode OF est par hypothèse applicable sur un champ de concentration. De par la technique utilisée (Simoëns et al. [2007,2008]), nous pouvons estimer que l'ensemble des particules à un comportement proche d'un tel champ. Néanmoins, il nous faut prétraiter les paires d'image de la séquence avant d'estimer les champs de vitesse par OF. La Fig.4 illustre les estimations des champs de vitesses moyennes obtenues par l'algorithme OF sur les paires d'images originales (gauche) ainsi que sur les paires d'images prétraitées (droite). Nous constatons une estimation fausse pour une hauteur $y > h$ car il n'y a plus de concentration du scalaire mais seulement des

particules marquant le fluide extérieur. Les dérivées partielles ne représentent donc plus une variation de concentration. Par contre, la méthode PIV peut toujours estimer un champ correct car il y a assez de particule.

Le champ moyen de concentration du scalaire sur les 200 paires d'images est non nul au niveau du canyon ($y/h<1.3$). L'estimation OF y est en cohérence avec l'estimation PIV pour cette. Pour comparer les méthodes OF et OF-SGS, nous focalisons l'étude du champ de déplacement sur cette zone du canyon.

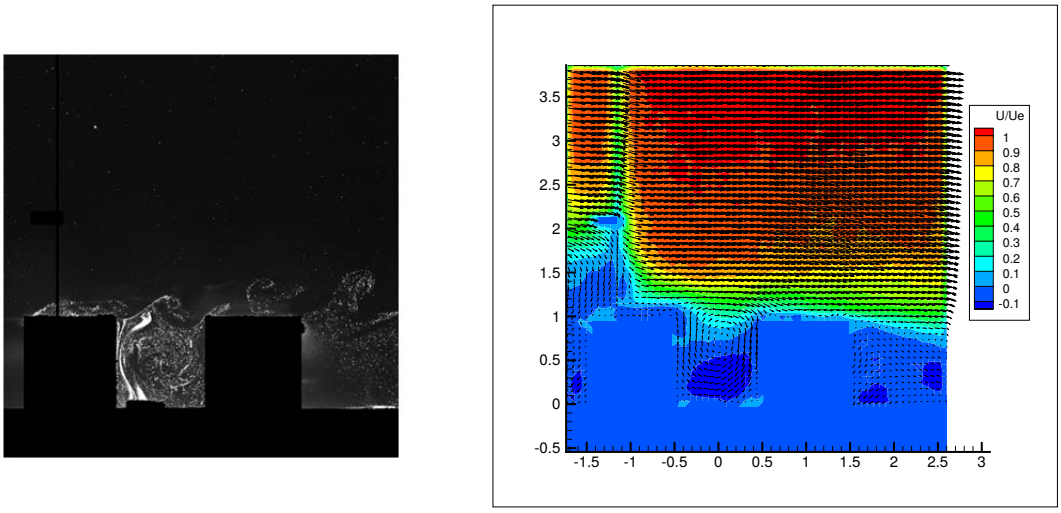

Figure 3 : *Image de concentration du scalaire entre les 2 obstacles (à gauche) et carte d'amplitude de la vitesse horizontale moyenne avec la représentation vectorielle de vitesse pour la méthode PIV DaVis (droite).*

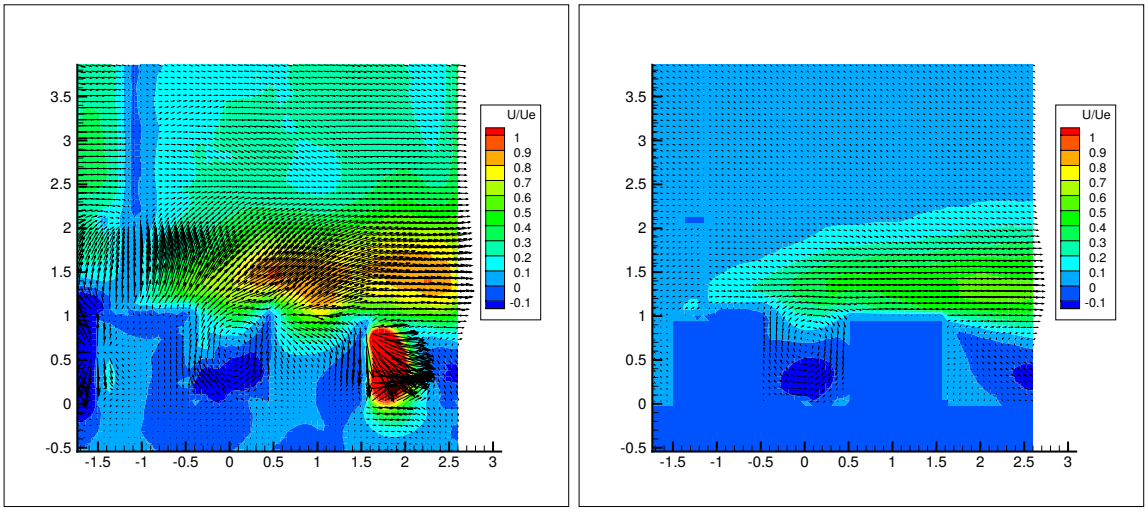

Figure 4 : *Cartes d'amplitude des vitesses horizontales moyennes avec représentation vectorielle des champs de vitesse obtenues par la méthode OF pour la séquence originale (droite) et prétraitée (gauche).*

La Fig.5 est la superposition des champs moyens estimés (U,V) (normalisés par U_e) pour la PIV, OF, OF-SGS pour la zone de concentration du scalaire dans le canyon (PIV (noir), OF (bleu) et OF-SGS (rouge)). Les champs moyens sont tous de même forme. Les différences entre les champs de vecteurs PIV, OF et OF-SGS sont très faibles.

La Fig.6 montre les profils des vitesses moyennes horizontales (gauche) et verticales (droite) normalisées, pour le centre du canyon. Le profil de OF-SGS tend légèrement à se rapprocher plus du profil PIV que celui de OF. Cela est plus visible sur la Fig.7 qui trace les profils RMS des fluctuations normalisées horizontales (gauche) et verticales (droite).

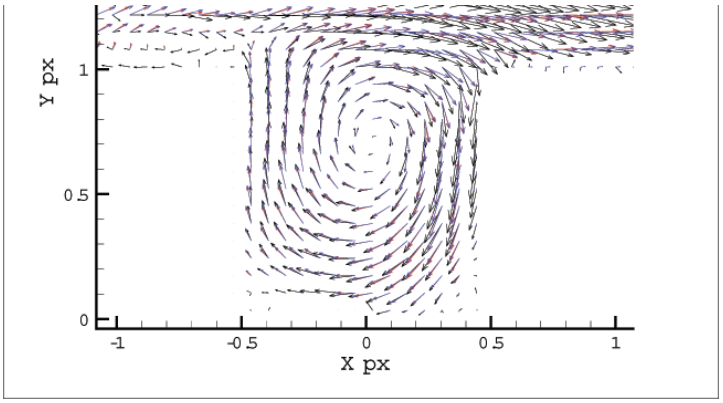

Figure 5 : *Superposition* des *champs de déplacement moyen pour la zone d'étude sur 200 paires d'images avec PIV (flèches noires), notre méthode 0F (flèches bleues) et OF-SGS (flèches rouges).*

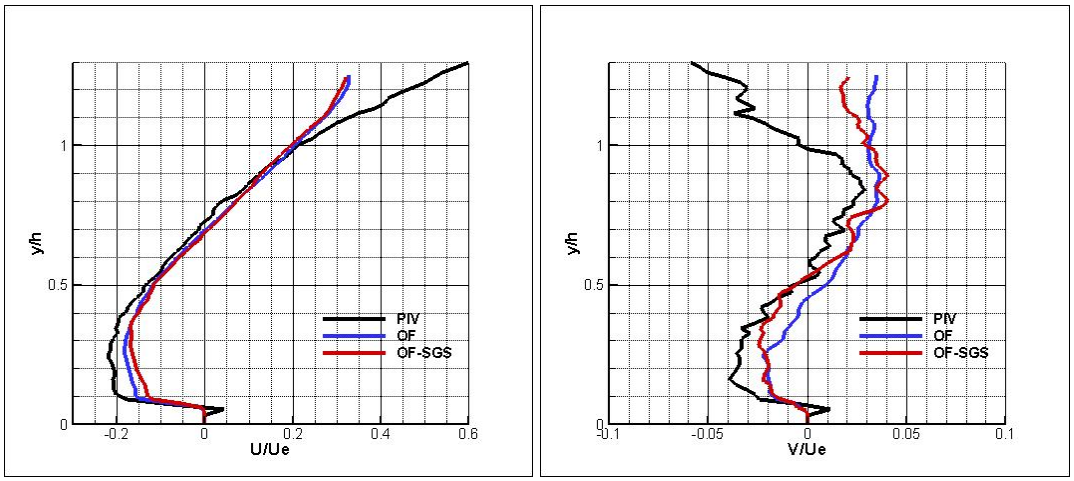

Figure 6 : *Profils verticaux du champ moyen de vitesses normalisées pour les composantes horizontales (gauche) et verticales (droite) avec méthodes PIV, OF et OF-SGS. Le profil est pris au centre du canyon (x=0).*

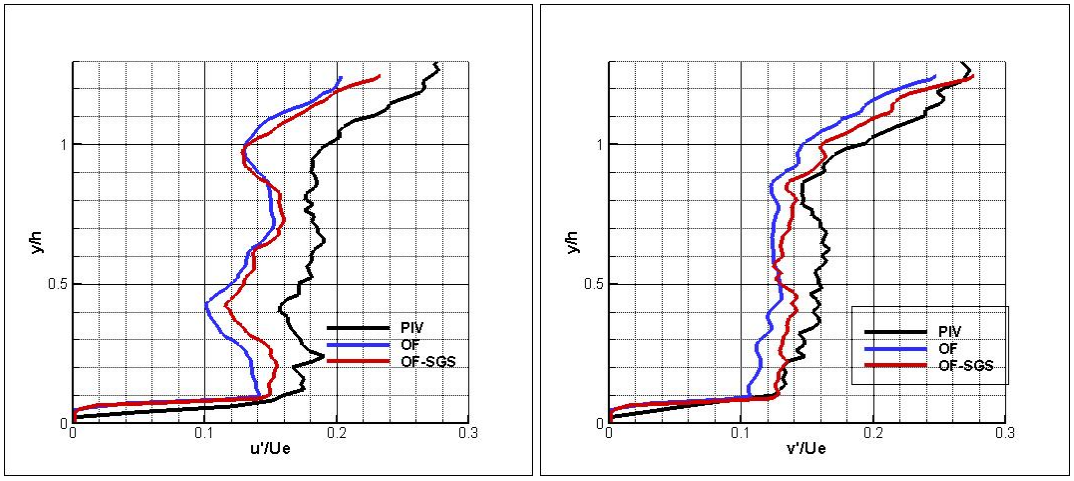

Figure 7 : *Profils verticaux de la RMS du champ fluctuant normalisé pour les composantes horizontales (gauche) et verticales (droite) avec méthodes PIV, OF et OF-SGS. Le profil est pris au centre du canyon (x=0).*

Le modèle OF-SGS, sur cette séquence réelle semble apporter une meilleure qualité d'estimation. Cependant, cette différence avec le modèle OF classique est moins importante que sur la séquence synthétique. Cela est imputable à la présence du bruit expérimental non négligeable. Mais surtout dû à une concentration qui n'est pas totalement et systématiquement répartie sur le domaine spatial d'observation et au fait que ce sont des images de particules et non des images de scalaire.

5. Conclusion

Le modèle du flot optique (OF-SGS) proposé dans ce travail prend en compte l'information limitée contenue dans les images en incorporant un modèle sous-maille de diffusion turbulente dans l'équation de transport scalaire. Les expériences sur les séquences synthétiques et réelles, montrent que le nouveau modèle permet d'améliorer l'estimation du champ de vitesse pour l'étude de propagation d'un scalaire. L'effet du modèle sous-maille est moins robuste sur des acquisitions réelles d'images de particules qui ne satisfassent pas des conditions parfaites de concentration. Une définition plus complexe de la diffusion turbulente pourrait apporter aussi une amélioration à la méthode (Smagorinsky [1963], Cui et al. [2007]).

Remerciements : Les auteurs voudraient remercier l'équipe de Rennes du projet Européen Fluid, et plus particulièrement Johan Carlier pour nous avoir procuré la séquence synthétique DNS et Thomas Corpetti pour les champs estimés par son algorithme OF.

Réferences

Bereziat D., Herlin I. , Younes L., [1999] *Motion Estimation Using a Volume Conservation Hypothesis,* à Int. Conf. on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP'99), USA, p. 3385-3388.

Carlier J., Heitz D., [2005] *2D turbulent sequence provided by Cemagref within the European project "Fluid Image Analysis and Description"* (http://fluid.irisa.fr/).

Cassisa C., Simoëns S., Prinet V., [2009] *Two-frame optical flow formulation in an unwarping multiresolution scheme,* au 14th Iberoamerican Congress on Pattern Recognition (CIARP'09), Mexico.

Cassisa C., Simoëns S., Prinet V., Shao L., [2009bis] *Techniques de Minimisation d'un modèle Markovien dans un Schéma Multirésolution : Applications Stéréo et Flot Optique,* à soumettre.

Corpetti Th., Heitz D., Arroyo G., Mémin E., Santa-Cruz A., [2005] *Fluid experimental flow estimation based on an optical-flow scheme,* Exp. In Fluids, Vol. 40(1), p. 80-97.

Cui G.X., Xu C.X., Fang L., Shao L., Zhang Z.S., [2007] *A new subgrid eddy-viscosity model for large-eddy simulation of anisotropic turbulence,* Journal of Fluid Mechanics, Vol. 582, p. 377-397.

Horn B., Schunck B., [1981] *Determining optical flow,* Artificial Intelligence, Vol. 17, p. 185-203.

Lavision, [2005] *DaVis. Software for Intelligent Imaging.*

Li S.Z., [2001] *Markov Random Field Modeling in Image Analysis,* 2nd ed., Springer.

Liu T., Shen L., [2008] *Fluid Flow and Optical Flow,* Journal of Fluid Mechanics, Vol. 614, p. 253.

Raffel M., Willert C., Kompenhans J., [2001] *Particle Image Velocimetry*, Springer.

Ruhnau P., Schnörr C., [2007] *Optical stokes flow estimation: An imaging-based control approach,* Exp. In Fluids, Vol. 42(1), p. 61-78.

Sagaut P., [2006] *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows,* 3rd ed., Springer.

Simoëns S., Ayrault M., Wallace J.M., [2007] *The flow across a street canyon of variable width - Part 1: Kinematic description,* Atmospheric Environment, Vol. 41, p. 9002–9017.

Simoëns S., Wallace J.M., [2008] *The flow across a street canyon of variable width - Part 2: Scalar dispersion from a street level line source,* Atmospheric Environment, Vol. 42, p. 2489–2503.

Smagorinsky J., [1963] *General circulation experiments with the primitive equations I. The basic experiment,* Mon. Wea. Rev., Vol. 91, p. 99-164.

Su L.K., Dahm W.J.A., [1996] *Scalar imaging velocimetry measurements of the velocity gradient tensor field in turbulent flows: I. Assessment of errors,* Physics of Fluids, Vol. 8(7), p. 1869-1882.

View publication stats